Prof. Dr. M. Olzmann
Johannes Kiecherer, Isabelle Weber
Institut für Physikalische Chemie

Einführung in die Physikalische Chemie, Mathematische Methoden (B) SS 14

Blatt 13

Aufgabe 47

Machen Sie sich anhand einer 3×3 Matrix **M**, bei der mindestens zwei Zeilen linear abhängig sind, klar, dass dann det(**M**) = 0 gilt.
Dies lässt sich auf beliebige quadratische Matrizen verallgemeinern. Für ein Gleichungssystem **M** $\vec{x} = \vec{b}$ folgt daraus, dass für det(**M)** ≠ 0 das homogene Gleichungssystem nur die triviale Lösung besitzt und für das inhomogene Gleichungssystem eine eindeutige Lösung existiert. Ist det(**M)** = 0, so existieren nichttriviale Lösungen für das homogene Gleichungssystem und keine oder keine eindeutige Lösung für das inhomogene Gleichungssystem.

Aufgabe 48

Lösen Sie folgendes Gleichungssystem durch Gaußsche Eliminierung
(erzeugen Sie eine obere Dreiecksmatrix und verdeutlichen Sie sich die prinzipielle Vorgehensweise):

$$\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 &= -3 \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 &= 24 \\ x_1 + 4x_2 - 3x_3 &= -6 \end{aligned}$$

Wie lautet die Lösung für das entsprechende homogene Gleichungssystem?

Aufgabe 49

Lösen Sie folgendes Gleichungssystem durch Gaußsche Eliminierung (prüfen Sie erst, ob eine nichttriviale Lösung existiert):

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 &= 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 0 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 + 5x_4 &= 0 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 + 4x_4 &= 0 \end{aligned}$$

Gehen Sie analog zu Aufgabe 48 vor, und verdeutlichen Sie sich die Unterschiede.

Aufgabe 50

Berechnen Sie die Eigenwerte und die normierten Eigenvektoren der Matrix **A**.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 5 & 7 & -5 \\ 0 & 4 & -1 \\ 2 & 8 & -3 \end{pmatrix}$$

Hinweis: Der Vietasche Wurzelsatz vereinfacht die Lösung des chrakteristischen Polynoms.