Prof. Dr. M. Olzmann
Johannes Kiecherer, Isabelle Weber
Institut für Physikalische Chemie

Einführung in die Physikalische Chemie, Mathematische Methoden (B) SS 14

Blatt 10

Aufgabe 33

In der Vorlesung wurden Orts- und Impulsunschärfe für ein Teilchen im Kasten behandelt (eindimensional). Betrachten Sie ein makroskopisches Objekt (Billardkugel) der Masse 170 g, welches sich in einem Potentialkasten der Breite 1,27 m (Billardtisch) mit einer Geschwindigkeit von 5 m s^{-1} hin und her bewegt. Berechnen Sie zunächst die Quantenzahl unter der Annahme, dass die Bewegung durch einen Eigenzustand beschrieben werden kann. Wie groß ist der Abstand benachbarter Energieniveaus? Berechnen Sie dann die mittlere Orts- und Impulsunschärfe. Es ergeben sich keine zu vernachlässigenden Größen. Der Grund ist das Voraussetzen eines Eigenzustands für die makroskopische Bewegung. Machen Sie sich klar, dass die Ortsunschärfe einer Gleichverteilung entspricht. Berechnen Sie den linearen Impuls der Kugel und vergleichen Sie den Wert mit der Impulsunschärfe. Wie kommt die Impulsunschärfe zustande?

Anmerkung: Ein lokalisiertes makroskopisches Objekt kann nur durch Überlagerung von Eigenzuständen (hier z.B. durch Sinusfunktionen unterschiedlicher Periode) beschrieben werden. Die Wahrscheinlichkeitsamplitude ist dann (durch destruktive Interferenz) fast überall 0, und nur in einem räumlich engen Bereich (durch konstruktive Interferenz) von 0 verschieden. Dort ist das Teilchen lokalisiert.

Aufgabe 34

Berechnen Sie folgende Kommutatoren:

a) $\left[\hat{x}, \hat{p}_x\right]$

b) $\left[\hat{x}, \hat{p}_y\right]$

c) $\left[\hat{x}^{-1}, \hat{p}_x\right]$

d) $\left[\hat{x}, \hat{T}\right]$

---Rückseite beachten---

Aufgabe 35

a) Berechnen Sie $\sigma_E^2 = \left\langle E^2 \right\rangle - \left\langle E \right\rangle^2$ für ein Teilchen im Kasten, dessen Zustand durch folgende Wellenfunktion beschrieben wird:

$$\Psi(x) = \left(\frac{630}{a^9}\right)^{1/2} \cdot x^2 (a-x)^2, \; (0 \le x \le a)$$

b) Berechnen Sie nun σ_E^2 für ein System, das sich im Eigenzustand $\Psi_n(x)$ mit dem zugehörigen Eigenwert E_n zu $\hat{H}$ befindet.

---Rückseite beachten---