Ergänzung zur Vorlesung vom 02. 06. 2014
(2.4. Postulate der Quantenmechanik)

5. Postulat

Die Zeitabhängigkeit einer Wellenfunktion wird durch die zeitabhängige Schrödinger-Gleichung beschrieben:

$$\hat{H}\Psi(x,t) = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi(x,t)$$

Wenn $\hat{H} \neq \hat{H}(t)$ [sog. konservative Systeme, hier genügt $V \neq V(t)$], dann Ansatz

$$\Psi(x,t) = \psi(x)\cdot f(t)$$

$$\Rightarrow \quad \hat{H}\psi(x)f(t) = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi(x)f(t) \qquad \Big| : \psi(x)f(t)$$

$$\frac{1}{\psi(x)}\hat{H}\psi(x) = \frac{1}{f(t)}i\hbar\frac{\partial}{\partial t}f(t) = \text{ konstant } = E \qquad \text{(Separationskonstante)}$$

linke Seite $\Rightarrow$ $\hat{H}\psi(x) = E\psi(x)$ $\rightarrow$ Separationskonstante ist Gesamtenergie

rechte Seite $\Rightarrow$ $\dfrac{df(t)}{dt} = -\dfrac{i}{\hbar}Ef(t)$ $\rightarrow$ $f(t) = \exp(-iEt/\hbar)$

$$\Rightarrow \quad \Psi(x,t) = \psi(x)\exp(-iEt/\hbar)$$

Mit Lösungen der zeitunabhängigen Schrödinger-Gleichung $\hat{H}\psi_n(x) = E_n\psi_n(x)$ folgt:

$$\Psi_n(x,t) = \psi_n(x)\exp(-iE_nt/\hbar)$$

Aufenthaltswahrscheinlichkeit:

$$dP = \Psi^*(x,t)\Psi(x,t)dx = \psi_n^*(x)\exp(iE_nt/\hbar)\psi_n(x)\exp(-iE_nt/\hbar)dx$$
$$= \psi_n^*(x)\psi_n(x)dx \neq f(t)$$

Also:
Falls $\hat{H} \neq \hat{H}(t)$, ergeben sich, <u>trotz zeitabhängiger Wellenfunktionen</u>, zeitunabhängige Aufenthaltswahrscheinlichkeiten (stationäre Zustände), beschrieben durch die zeitunabhängige Schrödinger-Gleichung (Elektron im H-Atom, Schwingungen der Atomkerne im Molekül gegeneinander, …)