

## Einführung in die Physikalische Chemie, Mathematische Methoden (B) SS 14

### Blatt 3

#### Aufgabe 10

Sie produzieren Glühlampen, deren Lebensdauer  $t$  (in Stunden) sich durch folgende Verteilungsfunktion ausdrücken lässt:  $f(t) = Nt^2(a - t)$  mit  $N = 7,5 \cdot 10^{-13} \text{ h}^{-4}$  und  $a = 2000 \text{ h}$ . (Sie haben dafür gesorgt, dass keine Ihrer Glühlampen länger als 2000 h brennt). In der Welt, in der Sie leben, werden Glühlampen erst nachdem sie kaputt gegangen sind, entsprechend ihrer Lebensdauer, bezahlt. Der Preis in Euro berechnet sich gemäß  $P = bt^2$  mit  $b = 1 \cdot 10^{-6} \text{ € h}^{-2}$ , d.h., Sie bekommen für eine Lampe mit maximaler Lebensdauer 4,00 €.

- Skizzieren Sie die Verteilungsfunktion.
- Berechnen Sie die mittlere Lebensdauer Ihrer Lampen.
- Wie hoch ist Ihr jährlicher Umsatz, wenn Sie 1 Million Lampen pro Jahr produzieren?
- Wäre es eine gute Idee, von Ihren Kunden einheitlich den Preis für eine Lampe mittlerer Lebensdauer zu verlangen?
- Betrachten Sie den Spezialfall, dass der Preis linear von der Zeit abhängt. Beantworten Sie für diesen Fall die Teilaufgaben c) und d) erneut (allgemein formulieren).

#### Aufgabe 11

Sie messen die Anzahl der radioaktiven Zerfälle in einem Präparat pro Minute. Diese Anzahl gehorcht der Poisson-Verteilung mit  $\lambda = 3$ . Skizzieren Sie sich diese Verteilung. Wie groß sind die Wahrscheinlichkeiten, dass Sie weniger als 3 bzw. mehr als 3 Zerfälle pro Minute messen?

### Aufgabe 12

Was ist bei einem Spiel gegen einen gleich starken Gegner wahrscheinlicher (kein Remis möglich):

- a) 3 von 4 oder 5 von 8 Spielen zu gewinnen?
- b) mindestens 3 von 4 oder mindestens 5 von 8 Spielen zu gewinnen?

### Aufgabe 13

Der sog. **Median** für eine kontinuierlich verteilte Zufallsvariable  $X$  ist derjenige Wert  $x$ , für den gilt  $P(X \leq x) = \frac{1}{2}$  und  $P(X \geq x) = \frac{1}{2}$  ( $P$  bezeichnet Wahrscheinlichkeiten).

Formulieren Sie zunächst einen allgemeinen Ausdruck zur Berechnung des Medians aus einer beliebigen Dichtefunktion  $f(x)$ .

Berechnen Sie anschließend den Median für die spezielle Dichtefunktion

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \cos(x) & \text{für } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ 0 & x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$