Einführung in die Physikalische Chemie, Mathematische Methoden (B) SS 14

Blatt 2

Aufgabe 5

Gegeben ist die Funktion $f(x) = \frac{c}{e^x + e^{-x}}$

- Bestimmen Sie c so, dass $f(x)$ eine Wahrscheinlichkeitsdichte für $-\infty < x < \infty$ darstellt. Veranschaulichen Sie sich diese Verteilung.
- Wie groß sind die Wahrscheinlichkeiten, dass $x \leq 1$ bzw. $0 \leq x \leq 2$?

Aufgabe 6

Zeigen Sie, dass für die Dispersion einer Verteilung allgemein gilt: $D^2(x) = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2$

und daraus folgend: $\langle x^2 \rangle^{1/2} > \langle x \rangle$.

Aufgabe 7

Zeigen Sie, dass der Erwartungswert und die Dispersion einer Normalverteilung

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

durch μ bzw. σ^2 gegeben sind.

Aufgabe 8

Die Durchmesser von automatisch gefertigten Kugeln sind normalverteilt mit $\mu = 20$ mm und $\sigma = 0,5$ mm. Kugeln mit einem Durchmesser zwischen 19,5 und 22 mm genügen den Qualitätsansprüchen.

- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine Kugel den Qualitätsansprüchen genügt (siehe Hinweis)?

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass unter 1000 produzierten Kugeln genau 2 mit einem Durchmesser unter 18,5 mm zu finden sind (Stichwort: Poisson-Verteilung)?

Hinweis: Für das Rechnen mit der Normalverteilung benutzt man geeignete Tabellen. Drücken Sie die Integrationsgrenzen in Abhängigkeit von μ und σ aus. Wählen Sie eine geschickte Substitution und teilen Sie das Integral so auf, dass Sie diese Tabelle anwenden können.

x	0	1	2	3	4
$\Phi_0(x)$	0	0,34134	0,47725	0,49865	0,499968

Wobei $\Phi_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) dz$ eine Form des sog. Fehlerintegrals darstellt.

Aufgabe 9 Buffonsches Nadelproblem (1777)

Auf ein Blatt Papier mit parallelen Linien im Abstand d wird zufällig eine Nadel fallen gelassen. Für die Länge l der Nadel gilt $l < d$. Mit welcher Wahrscheinlichkeit bleibt die Nadel so liegen, dass sie eine der Linien berührt oder schneidet („experimenteller“ Zugang zu π).