

**Lösungsvorschläge zu den Übungsaufgaben
der Wahlpflichtvorlesung Reaktionskinetik SS 2013
ohne Gewähr**

Blatt 9

Aufgabe 23

Hochdruck-Geschwindigkeitskonstante:

$$k^\infty(T) = \int_{E_0}^{\infty} k_2(E) \cdot f(E) dE$$

mit

$$f(E) = \frac{\rho_A(E) \cdot \exp(-E/k_B T)}{Q_A(T)} \quad \text{und} \quad k_2(E) = \frac{W^\ddagger(E - E_0)}{h \cdot \rho_A(E)}$$

eingesetzt:

$$k^\infty(T) = \int_{E_0}^{\infty} \frac{W^\ddagger(E - E_0)}{h \cdot \rho_A(E)} \cdot \frac{\rho_A(E) \cdot \exp(-E/k_B T)}{Q_A(T)} dE$$

$$k^\infty(T) = \frac{1}{h \cdot Q_A(T)} \cdot \int_{E_0}^{\infty} W^\ddagger(E - E_0) \exp(-E/k_B T) dE \quad \text{Subst. } E' = E - E_0$$

$$k^\infty(T) = \frac{1}{h \cdot Q_A(T)} \cdot \exp(-E_0/k_B T) \int_0^{\infty} W^\ddagger(E') \exp(-E'/k_B T) dE'$$

Aus der letzten Übung (A25): Integral auf der rechten Seite entspricht $Q \cdot k_B T$

$$k^\infty(T) = \frac{k_B T}{h} \cdot \frac{Q^\ddagger(T)}{Q_A(T)} \cdot \exp(-E_0/k_B T)$$

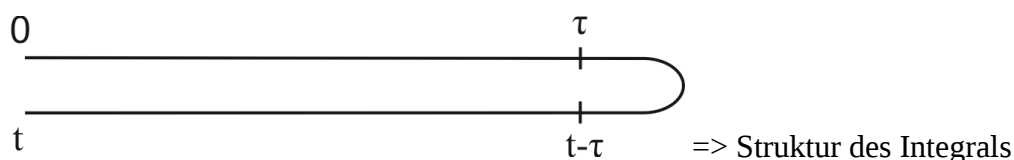
Dieses Ergebnis entspricht der Eyring-Gleichung für unimolekulare Reaktionen.

Aufgabe 24

Struktur der Integrale:

Insgesamt steht Energie E zur Verfügung. Die Energie, die in Freiheitsgrad 1 steckt (ε), kann nicht in Freiheitsgrad 2 gespeichert sein. Es bleiben also noch $E - \varepsilon$. Da alle möglichen Kombinationen berücksichtigt werden müssen, wird von $\varepsilon = 0$ bis $\varepsilon = E$ summiert (bzw. integriert).

Wortherkunft Faltung:



Faltung von 3 harmonischen Oszillatoren:

$$\rho_1(E) = \frac{1}{h\nu_1}; \quad \rho_2(E) = \frac{1}{h\nu_2}; \quad \rho_3(E) = \frac{1}{h\nu_3}$$

Zunächst 2 Oszillatoren:

$$\rho_{1+2}(E) = \int_0^E \rho_2(\varepsilon) \rho_1(E - \varepsilon) d\varepsilon$$

$$\rho_{1+2}(E) = \int_0^E \frac{1}{h\nu_2} \cdot \frac{1}{h\nu_1} d\varepsilon = \frac{1}{h\nu_2} \cdot \frac{1}{h\nu_1} \int_0^E d\varepsilon = \frac{1}{h\nu_2} \cdot \frac{1}{h\nu_1} \cdot E$$

Faltung von $\rho_{1+2}(E)$ mit Zustandsdichte des dritten:

$$\rho_{1+2+3}(E) = \int_0^E \rho_3(\varepsilon) \rho_{1+2}(E - \varepsilon) d\varepsilon$$

$$\rho_{1+2+3}(E) = \int_0^E \frac{1}{h\nu_3} \cdot \frac{1}{h\nu_2} \cdot \frac{1}{h\nu_1} (E - \varepsilon) d\varepsilon = \frac{1}{\prod_{i=1}^3 h\nu_i} \cdot \int_0^E (E - \varepsilon) d\varepsilon = \frac{1}{\prod_{i=1}^3 h\nu_i} \cdot \frac{1}{2} E^2$$

$$\rho_{1+2+3}(E) = \frac{E^2}{2! \prod_{i=1}^3 h\nu_i}$$

Vgl. allgemeine Lösung für S klassische harmonische Oszillatoren:

$$\rho(E) = \frac{E^{S-1}}{(S-1)! \prod_{i=1}^S h\nu_i}$$

Summe der Zustände:

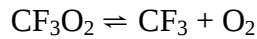
$$W_{1+2}(E) = \int_0^E \rho_{1+2}(E') dE' = \frac{1}{h\nu_2} \cdot \frac{1}{h\nu_1} \cdot \int_0^E E' dE' = \frac{1}{h\nu_2} \cdot \frac{1}{h\nu_1} \cdot \frac{E^2}{2!}$$

$$W_{1+2+3}(E) = \int_0^E \rho_{1+2+3}(E') dE' = \frac{1}{2! \prod_{i=1}^3 h\nu_i} \int_0^E E'^2 dE' = \frac{E^3}{3! \prod_{i=1}^3 h\nu_i}$$

Vgl. allgemeine Lösung für S klassische harmonische Oszillatoren:

$$W(E) = \frac{E^S}{S! \prod_{i=1}^S h\nu_i}$$

Aufgabe 25



$$k_{\text{uni}}^{\infty}(T) = 2,13 \cdot 10^{-9} \text{ s}^{-1}$$

$$k_{\text{uni}}^0(T) = 3,14 \cdot 10^{-27} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$$

$$[\text{M}] = N_{\text{av}} \cdot p / RT = 2,43 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$$

$$k_{\text{uni}}^0[\text{M}] / k_{\text{uni}}^{\infty} = 35,8$$

Lindemann-Hinshelwood-Term:

$$F_{\text{LH}} = \frac{k_{\text{uni}}^0[\text{M}] / k_{\text{uni}}^{\infty}}{1 + k_{\text{uni}}^0[\text{M}] / k_{\text{uni}}^{\infty}} = 0,973$$

Verbreiterungsterm:

$$\log(F) = \frac{\log(F_{\text{cent}})}{1 + [\log\{k_{\text{uni}}^0[\text{M}] / k_{\text{uni}}^{\infty}\} / N]^2} = -0,0454$$

$$F = 0,901$$

Insgesamt:

$$k_{\text{diss}}(p, T) = k_{\text{uni}}^{\infty}(T) \cdot F_{\text{LH}} \cdot F = 1,67 \cdot 10^{-9} \text{ s}^{-1}$$

Gleichgewichtskonstante:

$$\Delta H^0(298 \text{ K}) = +144,8 \text{ kJ/mol}$$

$$\Delta S^0(298 \text{ K}) = +157,7 \text{ J/(mol K)}$$

$$\Delta G^0(298 \text{ K}) = +97,8 \text{ kJ/mol}$$

$$K_a = \exp(-\Delta G^0/RT) = 7,20 \cdot 10^{18}$$

$$K_p = K_a \cdot p^{\theta} = 7,20 \cdot 10^{18} \text{ bar}$$

$$K_c = N_{\text{av}} \cdot K_p / RT = 1,75 \cdot 10^2 \text{ cm}^{-3}$$

Geschwindigkeitskonstante der Rückreaktion:

$$k_{\text{ass}}(p, T) = k_{\text{diss}}(p, T) / K_c(T) = 1,67 \cdot 10^{-9} \text{ s}^{-1} / 1,75 \cdot 10^2 \text{ cm}^{-3} = 9,5 \cdot 10^{-12} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$$