Prof. Dr. M. Olzmann
Johannes Kiecherer, Isabelle Weber
Institut für Physikalische Chemie

Einführung in die Physikalische Chemie, Mathematische Methoden (B)
SS 14

Blatt 7

Aufgabe 23

Ein Geiger verkürzt durch Aufsetzen des 1. Fingers die E-Saite um ein Viertel ihrer Länge und erzeugt durch leichtes Berühren mit dem 4. Finger eine stehende Welle, bei der 2 Wellenlängen auf das frei schwingende Saitenstück fallen. Welche Frequenz hat der erzeugte Flageoletton?

(Normalerweise fällt auf die schwingende Saite eine halbe Wellenlänge. Bei e ist die Frequenz 660 Hz.)

Aufgabe 24

a) Gegeben ist die reelle Funktion $f(x) = \begin{cases} cx^2(1-x) & \text{für } 0 \le x \le 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$.

Bestimmen Sie c so, dass $f(x)$ eine Wahrscheinlichkeitsdichte darstellt.

b) Die Wellenfunktion für ein Teilchen, das sich auf einem Ring bewegt lautet $\Psi(\varphi) = N \cdot \exp(im\varphi)$, dabei ist m eine Quantenzahl und i die imaginäre Einheit.

Bestimmen Sie N so, dass die Wellenfunktion normiert ist.

Aufgabe 25

Gegeben sind die Operatoren $\hat{A} = \frac{d}{dx}$, $\hat{B} = \frac{d^2}{dx^2}$, $\hat{C} = \frac{d^2}{dx^2} + 2k^2$

a) Wenden Sie die Operatoren $\hat{A}$ und $\hat{B}$ auf $\sigma(x) = \cos(bx)$ an.

b) Wenden Sie $\hat{A}$, $\hat{B}$ und $\hat{C}$ auf $\eta(x) = \exp(ikx)$ an.

Aufgabe 26

Die Schreibweise $\hat{A}^2$ bedeutet im Fall von Operatoren nicht einfache Multiplikation, sondern, dass $\hat{A}$ zweimal nacheinander auf eine rechts stehende Funktion angewendet wird. Schreiben Sie $\hat{A}^2$ für die folgenden Operatoren aus, indem Sie $\hat{A}^2$ auf eine Funktion $f(x)$ wirken lassen: $\hat{A} = \frac{d}{dx}$ und $\hat{A} = \frac{d}{dx} + x$

Aufgabe 27

Zeigen Sie, dass die Funktion f Eigenfunktion des Operators ist und bestimmen Sie den zugehörigen Eigenwert.

a) $f(x) = \cos(x)$ $\hat{A} = \frac{d^2}{dx^2}$

b) $f(x) = \exp(ikx)$ $\hat{P}_x = -i\hbar \frac{d}{dx}$ (Impulsoperator, 1D)

c) $f(x, y, z) = (\cos(ax))(\cos(by))(\cos(cz))$ $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ (Laplace-Operator)