Prof. Dr. M. Olzmann
Johannes Kiecherer, Isabelle Weber
Institut für Physikalische Chemie

Einführung in die Physikalische Chemie, Mathematische Methoden (B) SS 14

Blatt 1

Aufgabe 1

Ein (idealer) Münzwurf (K = Kopf, Z = Zahl) wird dreimal wiederholt und jeweils das Ergebnis notiert, z.B. ZKK. Listen Sie alle möglichen Ergebnisse auf und kennzeichnen Sie die Ergebnisse, die folgende Bedingungen erfüllen:

a) Der erste Wurf zeigt Kopf.

b) Die ersten beiden Würfe zeigen das gleiche Ergebnis.

c) Das erste und das letzte Wurfergebnis sind verschieden.

d) Die letzten beiden Würfe zeigen das gleiche Ergebnis.

Wie hoch ist jeweils die Wahrscheinlichkeit, oben genannte Bedingungen (a-d) zu erhalten?

Aufgabe 2

Bei einer Verlosung zieht jemand zwei Lose aus einem Beutel mit 100 Losen, von denen 70 Nieten sind. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält man mindestens 1 Los mit Gewinn?

Aufgabe 3

Luft besteht im Wesentlichen aus N_2, O_2 und Ar. Wie Sie wahrscheinlich wissen, bewegen sich die Moleküle/Atome eines Gases unregelmäßig. Wie schnell fliegt eigentlich ein bei Zimmertemperatur willkürlich herausgegriffenes N_2-Molekül?

Das kann man nicht genau sagen, denn die Moleküle eines Gases besitzen unterschiedliche Geschwindigkeiten. Über die Wahrscheinlichkeit, eine bestimmte Geschwindigkeit anzutreffen, kann man aber etwas sagen. Diese Wahrscheinlichkeit wird durch die sog. Maxwell-Verteilung beschrieben, welche die Wahrscheinlichkeitsdichte für die Molekülgeschwindigkeiten darstellt.

Nach Maxwell ist die Verteilung der Molekülgeschwindigkeiten v für N_2 bei Zimmertemperatur (T = 300 K) gegeben durch

$$f(v) = A \cdot v^2 \exp\left(-b \cdot v^2\right)$$

mit $b = 5{,}61 \cdot 10^{-6} \left(\frac{s}{m}\right)^2$.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit Stickstoff-Moleküle bei Zimmertemperatur mit einer Geschwindigkeit zwischen 460 und 480 m/s anzutreffen.

a) Berechnen Sie zunächst die Normierungskonstante A.

b) Verwenden Sie dann folgende Näherung: Nehmen Sie an, dass die Maxwell-Verteilung im gegebenen Intervall konstant sei. Deshalb können Sie den Funktionswert der Verteilungsfunktion in der Mitte des Intervalls mit der Intervallbreite multiplizieren

c) Berechnen Sie nun mit Hilfe untenstehender Integraltabelle diese Wahrscheinlichkeit (nach der in der Vorlesung angegebenen Definition).
Kommentieren Sie die verschiedenen Resultate aus b) und c).

d) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass nur Moleküle mit einer Geschwindigkeit von 500 m/s auftreten?

a [m/s]	400	420	440	460	480	500
$\int_0^a v^2 \cdot \exp(-bv^2)dv$ [10^7 m^3/s^3]	1,28063	1,41151	1,54253	1,67252	1,80043	1,92526

b = $5{,}61 \cdot 10^{-6}$ s^2/m^2

Aufgabe 4

In der Massenspektrometrie werden Ionen nach ihrem Masse-zu-Ladungs-Verhältnis getrennt und detektiert. Aus den entsprechenden Spektren sind Rückschlüsse auf Struktur und Reinheit einer Verbindung möglich.

Reinstoffe, also Elemente mit einem einzigen Isotop, zeigen genau ein Signal im Massenspektrum. Elemente mit mehreren in der Natur vorkommenden Isotopen, führen aufgrund der unterschiedliche Massen zu mehreren Signale. Die Intensität der einzelnen Signale steht in direktem Zusammenhang zur Wahrscheinlichkeit ein bestimmtes Isotop vorzufinden und damit zur natürlichen Häufigkeit der einzelnen Isotope.

Chloratome liegen in der Natur als Isotope Chlor-35, Chlor-36 und Chlor-37 vor. Das radioaktive Chlor-36 kommt in der Natur nur in Spuren vor und kann daher im Folgenden vernachlässigt werden.

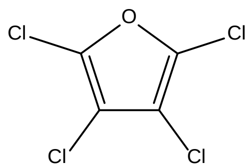
Die natürlichen Häufigkeiten der beiden anderen Isotope sind wie folgt:

Chlor-35	76 %
Chlor-37	24 %

a) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass von fünf Chlormolekülen genau eines kein Chlor-35 enthält?

b) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, das bei fünf Chlormolekülen in jedem Molekül mindestens ein Chlor-37-Atom vorhanden ist?

c) Betrachten Sie nun das 2,3,4,5-Tetrachlorfuran:



Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass in einem Molekül genau zwei direkt benachbarte Chloratome des Isotops Chlor-37 vorhanden sind?